

Time-varying Graph における 1 対 1 の k トークン転送アルゴリズム

小森康祐[†] 大下福仁^{††} 角川裕次[†] 増澤利光[†]

[†] 大阪大学大学院情報科学研究科

^{††} 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

概要 近年インフラを利用しない動的なネットワークにおける研究が盛んになっている。動的なネットワークの例としてモバイルアドホックネットワーク、センサネットワーク、車両ネットワークなどがある。これらのネットワークは time-varying graphs としてモデル化される。本研究では、このような動的なネットワークにおいて、1 対 1 の k-token 転送問題を提案し、この問題を解く逐次アルゴリズムについて検討する。まず転送を行う際に使用する経路を構築する方法が最小費用フロー問題を解くことにより求められることを示し、その後求めた経路を利用し転送を行う決定性アルゴリズムを示す。

1 はじめに

近年無線端末のみで構成されたインフラを必要としないネットワークに対する研究が盛んとなっている。その中でもトポロジが時間により変化する動的ネットワークに注目が集まっている。それらの動的ネットワークは delay-tolerant, disruptive-tolerant, opportunistic といった様に様々な呼称があるが、多くの動的ネットワークモデルでは、常時連結であることを仮定していない。つまり、ある時間においてはネットワークは非連結であるかもしれない、しかしある時間以内には複数ノードを経由して任意の 2 ノード間で通信が出来るという仮定が一般的である。

ネットワークの動的変化には、ノードやエッジが出現・消滅する、エッジの帯域が変化するなど様々な物がある。そのような動的ネットワークのモデルの一つとしては、**Time-varying Graph (TVG)** が提案されている [1]。例えば、エッジが出現・消滅する動的ネットワークは TVG 上のエッジ集合に存在関数（エッジ存在関数と呼ぶ）を設定することで、ある時間にはエッジが存在し、またある時間にはエッジが存在しないという状況を一つのグラフ上で表現することができる。しかし、システムの複雑性のために解析的結果はまだ少ない。

TVG における多くの研究は、エッジの出現関数などをマルコフ過程などを仮定し確率的に扱っている。一方で決定性の解法を考える際には、エッジ存在関数がわかっているという仮定のもとで、最適なブロードキャストやルーティングを実現するための送信スケジュールを求めることが多い。そのようなネットワーク上での問題を解く際には、完全では無いとしてもエッジスケジュールに関する前提の知識があれば、より問題が解きやすい。さらに実際のスケジュールパターンを利用することで、実用的な解が得られることも期待できる [2]。

本稿ではエッジの存在関数がある制約を持つネットワーク上において、特定のノードから目的のノードへと k 個のトークンを転送する k-token 転送問題に取り組む。以降ではまず諸定義を示し、その後最小費用流を利用して k-token 転送問題を解くアルゴリズムを示

す。最後に、本稿のまとめと今後の研究方針について述べる。

2 諸定義と問題の概要

2.1 再帰 Time-varying Graphs

本稿では、エッジが一定のスケジュールを持つネットワークについて、エッジが再帰性を持つ再帰 Time-varying Graph として表現する。再帰 TVG の基本グラフを $G = (V, E)$ とする。ノード数 $|V| = n$ であり、 E は断続的に利用可能なエッジ集合である。各エッジ $e \in E$ は出現・消滅を繰り返すが、高々 Δ 時間待てば必ず再出現するものとする。なおこの再帰性については文献 [2] に従って以下のように定義する。

$$\forall e \in E, \forall t \in \mathcal{T}, \exists t' \in [t, t + \Delta), \rho(e, t') = 1, \\ \text{for some } \Delta \in \mathbb{T} \text{ and } G \text{ is connected} \quad (1)$$

エッジの両端にある接続ノードは、エッジが出現している間はお互い通信が可能である。また各エッジの出現と消滅は接続ノードにより瞬時に検知される。

2.2 1 対 1 の k-token 転送問題

再帰 TVG 上の任意の 2 ノードを、ソースノード S と受信ノード T と定める。ソースノードは k 個のトークンを保持しており、全てのトークンを受信ノードへ転送できればアルゴリズムは終了となる。各トークンは分割・統合は出来ない。各ノードが出来るのはトークンの保持・コピー・転送のみである。エッジが出現したら少なくとも 1 つのトークンを転送することが可能である。また、各ノードは各エッジに対して送りたいトークンを選択できる。今回は最悪時（アルゴリズムにとって最悪のエッジ関数）における実行時間のみを考える。

このようなケースを考慮するため、経路数ごとに最小費用フローを求め、その中でも実行時間が最小となる経路数を採用し転送を行うことで、最悪時に最も早く実行を終了することが可能になる。構築可能な最大経路数を求めるには、最大フローを考えれば良い。つまり、経路数1の場合の最小費用フロー、更に2の場合、3の場合と徐々に経路を増やし、最大値までを求めた後、実行時間最小となる経路を利用する。最小費用フローと最大フローに要する時間はそれぞれ、 $O((m+n \log n)m)$ と $O(mn \log n)$ となる。なお、 n はノード数、 m はエッジ数とし、全ての流量を整数とする。従って、ソースノードから目的ノードへの辺素な経路が最大 q 個存在する場合、経路構築に要する時間は $O((m+n \log n)mq)$ になる。 $q \leq n$ なので、この計算時間は $O((m+n \log n)mn)$ と表せる。

3.4 k トークン転送アルゴリズム

最適となる辺素な経路が選択できたら、各経路を用いて合計 k 個のトークンを転送する。基本的には、すべての経路での転送がほぼ同時に終了するように、ホップ数が短い経路ほど多くのトークンを転送する。例えば、以下の状況を考える。

- 使用できる辺素な経路の本数は X 本
- 最短経路のホップ数は S
- 各経路 $P_i (1 \leq i \leq X)$ と最短経路とのホップ数の差は Y_i
- 各経路 $P_i (1 \leq i \leq X)$ のホップ数は $S + Y_i$

この時、全体の実行時間が最も早く終了できる最適な配分でトークンを転送出来る状況を考えて、図4のように最短経路での転送完了時に全トークンの転送が完了するように配分すれば良い。

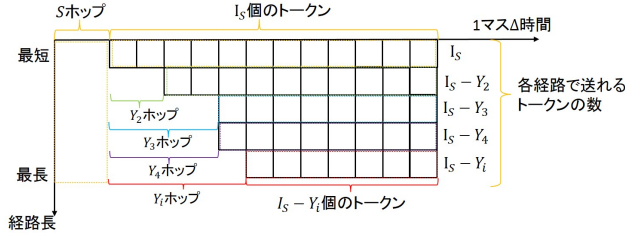


図 4: 最適な配分時の実行時間

最も短い経路で転送出来るトークン数を I_S とすると、この経路を用いた、トークン転送に要する時間は $S + I_S$ で表せる。そこで I_S を求める。図の通り、経路 1 から I_S 個届いた時点で、各経路が最悪時に転送出来るトークン数は高々 $I_S - Y_X$ となる。ここで全トークン数は k 個なので以下の式が成り立つ。

$$X \cdot I_S - \sum_{i=0}^X Y_i = k \quad (2)$$

これを整理すると I_S は以下のように表せる。

$$I_S = \frac{k + \sum_{i=0}^X Y_i}{X} \quad (3)$$

よって k 個のトークンの転送に必要な時間は $S + I_S = S + \frac{k + \sum_{i=0}^X Y_i}{X}$ となる。またこの時、各経路 R_i が転送するトークン数は $\frac{k + \sum_{i=0}^X Y_i}{X} - Y_X$ となる。

4 まとめと今後の方針

本稿では、最小費用フローを利用することで k -token 転送問題について、転送時間 $S + \frac{k + \sum_{i=0}^X Y_i}{X}$ のスケジュールを求めるアルゴリズムを示した。今後の研究方針としては、各エッジに対して異なる再帰時間が設定されているようなネットワークにおいて、転送スケジュールを求めるアルゴリズムを検討していく予定である。

参考文献

- [1] Arnaud Casteigts, Paola Flocchini, Walter Quattrociocchi, and Nicola Santoro. Time-varying graphs and dynamic networks. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*, Vol. 27, No. 5, pp. 387–408, 2012.
- [2] Arnaud Casteigts, Paola Flocchini, Bernard Mans, and Nicola Santoro. Deterministic computations in time-varying graphs: Broadcasting under unstructured mobility. In *Theoretical Computer Science*, Vol. 323, pp. 111–124. Springer, 2010.
- [3] Chinmoy Dutta, Gopal Pandurangan, Rajmohan Rajaraman, Zhifeng Sun, and Emanuele Viola. On the complexity of information spreading in dynamic networks. In *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pp. 717–736. SIAM, 2013.