個体群プロトコルモデルにおける緩自己安定リーダ選挙のシミュレーション評価

清洲星顕[1] 首藤裕一[1] 大下福仁[2] 角川裕次[1] 増澤利光[1]
1 大阪大学大学院情報科学研究科
2 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

概要

個体群プロトコル (population protocol) は、資源の非常に制約された小型センサで構成されるモバイルセンサネットワーク上の計算を表現する抽象モデルである. センサが「個体」に、センサネットワークが「個体群」に対応する. 個体は一種の有限状態機械としてモデル化される. 自己安定の閉包性を緩めた緩自己安定プロトコルを提案している. このモデルにおけるリーダ選挙問題を解くプロトコルが首藤らによって提案されている. 首藤らは交流する個体の組が一様ランダムに選ばれるという仮定のもとで、漸近的な評価を行った. 本稿では、このプロトコルを 2 次元平面で、2 つの移動モデルを用いて実験的に評価する.

1 はじめに

分散システムは，それを構成する計算機の数の膨大さから，システムにおいて局所的な故障が頻繁に発生し得る．ゆえに，分散システムに故障耐性を持たせることは重要である．分散システムに高い故障耐性を持たせる技法のひとつに，自己安定 [3] という概念がある．自己安定の概念は次のように表現できる．(i) 任意の初期状況から実行を開始しても，システムはやがて安全状況と呼ばれる状況に達する（収束性） (ii) 一度システムが安全状況に達すると，それ以降，システムは永遠に所望の性質を満たし続ける（閉包性）．自己安定なシステムは，どのような一時故障（記憶内容の喪失など）が発生したとしても，やがてその故障から自律的に回復するという優れた故障耐性を有する．しかし，多くの場合，その実現には高いコスト（時間計算量・空間計算量など）を要する．また，いくつかの問題に対しては，自己安定性の実現自体が不可能である．
首藤らは，自己安定の閉包性を緩めた，**緩自己安定**という概念を提唱した [2]．直感的には，緩自己安定の概念は次のように表すことができる． (i) 任意の初期状況から実行を開始しても，システムは比較的短時間のうちに**安全状況**と呼ばれる状況に到達する（**収束性**） (ii) 一度システムが安全状況に到達すると，それ以降，システムは非常に長いあいだ所望の性質を満たし続ける（**緩閉包性**）．緩自己安定プロトコルは , 要件 (ii) における，システムが所望の性質を維持する時間が十分に長いのであれば（例えばネットワークのサイズに関して指数時間であるなど），応用上，自己安定プロトコルと同等の有用性を持つとみなせる．

個体群プロトコル (population protocol)[1] は、資源の非常に制約された小型センサで構成されるモバイルセンサネットワーク上の計算を表現する抽象モデルである. センサが「個体」に、センサネットワークが「個体群」に対応する. 個体は一種の有限状態機械としてモデル化される. 各個体は他の個体と互いに交流することによって自らの状態を変更し、それらの状態遷移が全体のネットワーク、すなわち個体群の計算を進める.

緩自己安定の有用性を示すため, 首藤らは, 自己安定プロトコルが設計不可能な問題に対して緩自己安定プロトコルが存在することを示した [2]. 具体的には, 自己安定プロトコルの不在が証明されている個体群プロトコルモデルにおけるリーダ選挙問題を解く緩自己安定プロトコル P_{LE} を提案した. このプロトコルは、個体数 n の上界 N が既知であるという仮定のもと, 完全グラフ上でリーダ選挙問題を解く緩自己安定プロトコルである. 任意の初期状況から実行を開始しても $O(nN \log n)$ 期待ステップのあいだに安全状況に収束し, それ以降, $\Omega(Ne^N)$ 期待ステップのあいだ唯一のリーダを保持する.

しかしながら, [2] における収束時間, 維持時間の漸近的評価は, 個体間の交流が一様ランダムに発生することを仮定している. 具体的には, 各時刻で交流する個体ペアは以前の交流とは独立に全個体ペアのなかから等確率に選ばれることを仮定している. 個体群プロトコルモデルの現実的な応用を想定する場合, この仮定は必ずしも成り立たない. たとえば, 実際の応用では各時刻の交流の独立性は担保されない場合がある. ある個体ペア u, v 間で交流が発生した場合, その時点で u, v は近接している (交流可能な距離に存在する) ため, しばらくのあいだ u, v 間の交流は他の個体ペアの交流よりも発生しやすいと考えるのが自然である.

そこで本稿では, より現実的な交流のモデルのもとで, 上述のリーダ選挙プロトコル P_{LE} の収束時間・維持時間をシミュレーションにより評価する. 具体的には, ランダムウォーク、ランダムウェイポイントの 2 つの移動モデルに従って各個体が 2 次元平面上を移動した場合に, P_{LE} が一様ランダムな交流モデルで実行した場合と同様の収束時間・維持時間を示すかどうかをシミュレーションで評価する.

2 諸定義

2.1 個体群プロトコルモデル

個体群とは、**個体**と呼ばれる有限個のセンサノードで構成されるシステムである. 各個体は常にひとつの状態を持ち、交流の発生によってその状態を変化させる. 個体群は, 単純有向グラフ $G = (V, E)$ で表す. $V = \{0, 1, ..., n-1\}$ $(n \geq 2)$ は個体群を構成する個体の集合であり, $E \subseteq V \times V$ は発生し得る交流

の場合を表す．$(u,v) \in E$ のとき, 個体 u と個体 v はそれぞれ呼びかけ側, 応答側として交流し得る．なお, 本稿では G が完全グラフであると仮定する。すなわち、$E = V \times V$ である．

プロトコル $P(Q,Y,O,\delta)$ は, 状態集合 Q と出力記号集合 Y, 出力関数 $O: Q \to Y$, 状態遷移関数 $\delta: Q \times Q \to Q \times Q$ で構成される．Q と Y は有限集合である．O は各個体の出力を決定する．個体 v が状態 $q \in Q$ を持つとき, v の出力は $O(q)$ である．δ は, ある個体ペア間で交流が発生したときの, 両個体の交流後の状態を決定する．仮に, 状態 p,q,p',q' が $(p',q') = \delta(p,q)$ を満たすとする．このとき, 状態 p を持つ個体 u と状態 q を持つ個体 v がそれぞれ呼びかけ側, 応答側として交流を行えば, 両個体の交流後の状態はそれぞれ p',q' となる．

状況とは, 個体群中の全個体の状態を特定する写像 $C: V \to Q$ である．任意の状況 C について, 合成関数 $O \circ C: V \to Y$ を C の出力と呼び, $O(C)$ で表す．状況 C, D と個体 u, v が以下の条件を満たすとき, C は交流 (u,v) によって D に**遷移する**といい, $C \xrightarrow{(u,v)} D$ で表す．

$$(D(u), D(v)) = \delta(C(u), C(v))$$
$$\forall w \in V \setminus \{u,v\}, D(w) = C(w)$$

以降, 任意のプロトコル P について, 個体群の取りうるすべての状況の集合を $C_{all}(P)$ で表す．

交流発生系列 $\gamma = (u_0,v_0),(u_1,v_1),...$ は交流の無限長の系列であり, 各時点において発生する交流を決定する．交流発生系列 $\gamma = (u_0,v_0),(u_1,v_1),...$ と整数 t $(t \le 0)$ について,u_t, v_t をそれぞれ $\gamma_1(t), \gamma_2(t)$ で表す．また, 交流 $(\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ を $\gamma(t)$ で表し, γ における**時点 t での交流**という.$v \in \gamma(t)$ のとき, 個体 v は γ における時点 t での交流に**参加する**という．

初期状態 C_0 と交流発生系列 γ が与えられたとき, プロトコル P の実行 $\Xi_P(C_0,\gamma)$ は以下のように一意に決まる．

$$\Xi_P(C_0,\gamma) = C_0, C_1, \ldots$$
$$s.t. \quad \forall t \ (t \le 0),\ C_t \xrightarrow{\gamma(t)} C_{t+1}$$

2.2 リーダ選挙問題

挙動は, 問題の仕様, すなわち, 問題を解くプロトコルが満たすべき所望の性質を定める．

Z を任意の記号集合とする．任意の個体群 $G(V,E)$ について, V から Z への写像の系列を G 上の**トレース**といい, Z をこのトレースの**アルファベット**と呼ぶ．プロトコル $P(Q,Y,O,\delta)$ について, アルファベットが Q のトレースを P の**状況トレース**と呼ぶ．有限長もしくは無限長の P の状況トレース $T = C_0, C_1, \ldots$ に対して, $OT_P(T) = O(C_0), O(C_1), \ldots$ を P に関する T の**出力トレース**と呼ぶ．$OT_P(T)$ のアルファベットは Y であることに注意されたい．

有限長のトレース $T = \lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{l-1}$ に対し, その長さ l を $|T|$ で表す．トレース T が無限長のトレースであるとき, $|T| = \infty$ とする．有限超もしくは無限長のトレース $T = \lambda_0, \lambda_1, \ldots$ に対して, その部分トレース $T_{x,y}$ $(0 \le x \le y \le |T|)$ を次式で定義する．

$$T_{x,y} = \lambda_x, \lambda_{x+1}, \ldots, \lambda_y$$

特に, $T_{0,t}$ を T の長さ $t+1$ の接頭辞と呼び $T_{pre}(t)$ で表す．

個体群 G 上の**挙動** $B(Z)$ とは, 同一のアルファベット Z を持つ G 上のトレースの集合であり, Z をその挙動のアルファベットと呼ぶ．文脈から Z が明らかな場合は, $B(Z)$ を単に B と表記する．**問題**は, その問題に対する正当な出力トレースからなる挙動として定義される．$B(Y)$ を任意の挙動とし, T をプロトコル $P(Q,Y,O,\delta)$ の任意の状況トレースとする．このとき, T は, $OT_P(T) \in B$ であるとき, かつそのときのみ挙動 B で定義される問題に対して正当であるという, 挙動 B 中の任意のトレース T と任意の整数 x, y $(0 \le x \le y \le |T|)$ に対して, $T_{x,y} \in B$ が成り立つとき, B は**標準的**であるという．

定義 1 （リーダ選挙問題）
ある個体 $v_l \in V$ に対して $w(v_l) = L$ を満たし, 他のすべての個体 $v \in V, v \neq v_l$ に対して $w(v) = F$ を満たすようなすべての写像 $w: V \to F, L$ の集合を le で表す．リーダ選挙問題に対応する個体群 $G(V,E)$ 上の挙動 $LE(\{F,L\})$ を次式で定義する．

$$LE = \{T = w, w, \cdots | 1 \le |T| \le \infty \land w \in le\}$$

LE がプロトコルの実行に対して求める仕様は, その実行における全状況を通して, 記号 L を出力する 1 個のリーダ個体 (全状況を通して固定) と記号 F を出力する $n-1$ 個の非リーダ個体が存在することである．LE はあきらかに標準的な挙動である．

2.3 緩自己安定プロトコル

本節では, 確率的緩自己安定の定義を与える．

プロトコル $P(Q,Y,O,\delta)$ と標準的な挙動 $B(Y)$ を考える．有限長もしくは無限長の P の状況トレース $T = D_0, D_1, \ldots$ について, ある整数 t $(0 \le t \le |T|)$ が存在して $OT_P(T_{pre}(t)) \in B$ かつ $OT_P(T_{pre}(t+1)) \notin B$ であるとき, $T_{pre}(t)$ を P と B に関する T の**維持トレース**と呼び, $HT_P(T,B)$ で表す．そのような t が存在しないときは, $HT_P(T,B$ を以下のように定義する．

$$HT_P(T,B) = \begin{cases} T & (OT_P(T_{pre}(0)) \in B) \\ \varepsilon & (OT_P(T_{pre}(0)) \notin B) \end{cases}$$

ここで ε は, 空状況トレースを表す．$|\varepsilon| = 0$ とする．状況 $C_0 \in \mathcal{C}_{\mathrm{all}}$ と B に対する P の**期待維持交流回数** $EHT_P(C_0,B)$ を以下のように定義する．

$$EHT_P(C_0,B) = \mathbf{E}[\ |HT_P(\Xi_P(C_0,\Gamma),B)|\ ]$$

$EHT_P(C_0,B)$ は, 直観的には, 初期状況 C_0 からはじまる P の実行が挙動 B で定義される問題に対して正当であり続けられる交流回数の期待値を表す．

$\mathcal{C} \subsetneqq \mathcal{C}_{\mathrm{all}}$ を状況の集合とする．ある整数 t $(0 \le t \le |T|)$ が存在して $\forall i \in \{0,1,\ldots,t\}$ $D_i \notin \mathcal{C}$ かつ $D_{t+1} \in \mathcal{C}$ となるとき, $T_{pre}(t)$ を $\mathcal{C}$ に関する T の**収束トレース**と呼び, $CT_P(T,\mathcal{C})$ で表す．そのような t が存在しないときは, $CT_P(T,\mathcal{C})$ を以下のように定義する．

$$CT_P(T,\mathcal{C}) = \begin{cases} \varepsilon & (OT_P(T_{pre}(0)) \in \mathcal{C}) \\ T & (OT_P(T_{pre}(0)) \notin \mathcal{C}) \end{cases}$$

状況 $C_0 \in \mathcal{C}_{\mathrm{all}}$ と $\mathcal{C}$ に対するプロトコル P の**期待到達交流回数** $ECT_P(C_0,\mathcal{C})$ を次式で定義する．

$$ECT_P(C_0,\mathcal{C}) = \mathbf{E}[\ |CT_P(\Xi_P(C_0,\Gamma),\mathcal{C})|\ ]$$

期待到達交流回数 $ECT_P(C_0,\mathcal{C})$ は, 直観的には, 初期状態 C_0 からはじまる P の実行が $\mathcal{C}$ 中の任意の状況に到達するまでに要する交流回数の期待値を表す.

定義 2 （緩自己安定プロトコル）
α と β を任意の正の実数とする．次式が成立するとき，プロトコル $P(Q,Y,O,\delta)$ は標準的な挙動 $B(Y)$ と状況の集合 $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{C}_{\rm all}$ に対する (α,β)-緩自己安定プロトコルであるという.

$$\max_{C \in \mathcal{C}_{all}(P)} ECT_P(C,S) \leq \alpha,$$

$$\min_{C \in S} EHT_P(C,B) \geq \beta.$$

P の状況 $C \in \mathcal{C}_{\rm all}(P)$ が $EHT_P(C,B) \geq \beta$ を満たすとき, C を P と B に関する β-安全状況と呼ぶ. 明らかに, 上式の $\mathcal{S}$ は P と B に関する β-安全状況のみからなる状況の集合である.
直観的には, α が比較的小さく (n の低次の多項式など)β が非常に大きい場合 (n の指数関数など), (α,β)-緩自己安定プロトコルは有用である.

3 プロトコル P_{LE}

本節では, 本稿でシミュレーション評価を行うプロトコル P_{LE} を説明する．このプロトコルにおいて, 各個体の状態は, 1 ビットの**リーダビット**と 0 から s までの値をとる**タイマ**によって構成される．すなわち, $Q = \{l,-\} \times \{0,1,\ldots,s\}$ である．ここで, s は自由に値を設定できる定数である．Q 中の状態 q に対して, 第一項 (リーダビット) を $q.leader$, 第二項 (タイマ) を $q.time$ で表す．任意の状態 $q \in Q$ に対して, $O(q)$ は次式で定義される.

$$O(q) = \begin{cases} L & (q.leader = l) \\ F & (q.leader \neq l) \end{cases}$$

以降, リーダビットが l である個体をリーダ個体, リーダビットが $-$ である個体を非リーダ個体と呼ぶ.
煩雑になるのを避けるため, 状態遷移関数 δ は関数の形ではなくパターン規則として書き下す (図 1)．交流 (u,v) が発生したとき, u,v の状態の組がある規則の左辺に適応するならば, u,v の状態はその規則の右辺で記される状態に遷移する．u,v の状態の組が複数の規則の左辺に適合するときは規則番号の最も小さな規則を適合する．適合する規則がひとつも存在しない場合は, u,v ともにその状態を変化させずに交流前の状態を保持する．各規則において, 記号*はドントケアを表す.

以降で, P_{LE} の動作を直観的に説明する．リーダ個体どうしの交流が発生した場合, 一方の個体がリーダ個体であり続け, 他方の個体が非リーダ個体になる (規則 1)．リーダ個体と非リーダ個体のあいだで交流が発生した場合, 両個体のリーダビットは変化しない (規則 2, 規則 3)．リーダ個体が参加する交流が発生するとき, 両個体のタイマの値は s に**初期化**される (規則 1, 規則 2, 規則 3)．非リーダ個体がリーダ個体に変化するのは, タイマの値が 0 である非リーダ個体どうしで交流を行うとき, かつそのときのみである (規則 4)．この規則 4 が適用される交流が発生することを, 以降ではタイムアウトが発生するという. いずれかのタイマの値が 0 ではないような 2 つの非リーダ個体が交流するとき, 少なくともひとつの個体がタイマの値を 1 減じられる (規則 5)．また, 規則 5 には, **大きなタイマの値を伝搬させる**という別の側面がある．すなわち, タイマの値が大きい非リーダ個体とタイマの値が小さい非リーダ個体とが交流を行った場合, 後者のタイマは大きな値 (大きい方の値から 1 減じた値) に設定される.

規則 1	$((l,*),(l,*)) \to ((l,s),(-,s))$
規則 2	$((l,*),(-,*)) \to ((l,s),(-,s))$
規則 3	$((-,*),(l,*)) \to ((-,s),(l,s))$
規則 4	$((-,0),(-,0)) \to ((l,s),(-,s))$
規則 5	$((-,i),(-,j)) \to ((-,f),(-,f))$
	$(0 \leq i,j \leq f = \max(i,j)-1)$

図 1　遷移関数 δ

少なくともひとつのリーダ個体を有するような状況においては, 規則 5 による大きなタイマの値の伝搬と, 規則 1 と規則 2, 規則 3 によるタイマの初期化によって全個体のタイマが比較的大きな値に保たれるため, タイムアウトは滅多に発生しない. 他方, リーダ個体をひとつも持たないような状態においては, タイマの初期化が発生しないため, タイムアウトは比較的短時間で発生する．このため, リーダ個体が 2 つ以上存在する状況から実行を開始した場合は規則 1 によるリーダ個体の削減によって, リーダ個体がひとつも存在しない状況から実行を開始した場合は規則 4 によるリーダ個体の選出によって, やがて唯一のリーダ個体は個体群に誕生する．P_{LE} のつくりから, 次の 2 つの性質があきらかに成り立つ.

- ある時点において少なくともひとつのリーダ個体が個体群中に存在するならば, それ以降リーダ個体の数は 0 にならない.
- 一度ただひとつのリーダ個体が誕生すると, 次のタイムアウトが発生するまでのあいだその唯一のリーダ個体は保持される.

定義 3 （安全状況）
状況 C が以下を満たすとき, C を安全状況という.

- ただ一つのリーダが存在する.
- 任意の個体の状態 q は, $q.time \geq 2/s$ を満たす.

定理 1 [2] s が 96 の倍数かつ $s \geq 3n$ であるときプロトコル P_{LE} は $(O(ns\log s), \Omega(se^{s/96}))$-緩自己安定プロトコルである.

n の上界 N が与えられたときに, $s = 96N$ と設定することで本プロトコルは $(O(nN\log N), \Omega(Ne^N))$-緩自己安定プロトコルとなる.

4 シミュレーション評価

この節では本稿の趣旨である 2 つの移動モデルを用いたシミュレーション結果とその評価について述べる．なお, この節で用いる収束時間は初期状況から安全状況に達するまでの交流回数, 維持時間は安全状況に達した後に新たなリーダが誕生するまでの交流回数を表す．また, 初期状況における各個体の状態は, リーダか否かはランダムに設定し（確率 1/2 でリーダ, 確率 1/2 で非リーダ）, タイマの値は上限値 s に固定する.

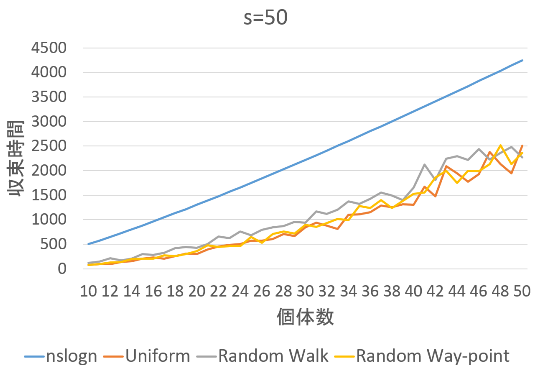

図 2

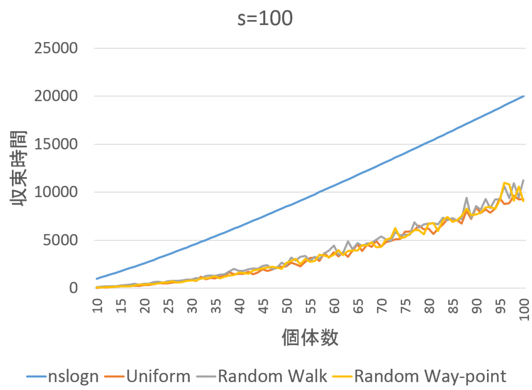

図 3

4.1 移動モデル

- ランダムウォーク
  個体は 1 秒ごとにランダムな方向を選び, 距離 1 だけ進むものを用いる.

- ランダムウェイポイント
  個体は, 目的座標をランダムで選択して目的座標に到達するまでその方向に 1 秒毎に距離 1 進むものを用いる.

4.2 設定

シミュレーションで個体が動くフィールドのサイズは 50×50 の正方形としている. ランダムウォークはフィールド外をトーラスで管理し, ランダムウェイポイントは目的座標をフィールド内に設定することで管理している. 1 秒ごとに個体 u をランダムに選択し, その個体の距離 1 以内の個体の中から個体 v を一様ランダムに選択し, u を呼びかけ側, v を応答側とする交流を発生させる.

4.3 比較

次に示す図 2, 図 3, 図 4 はそれぞれリーダが唯一に決まるタイマの上限値 s を 50, 100, 150 としたときの収束時間の 50 回の試行平均を示したシミュレーション結果である. なお, グラフの横軸は個体数 n $(10 \leq n \leq s)$ である. Uniform は, 交流の発生確率をランダム一様とし, 収束時間の測定を行った結果である. シミュレーション結果の Uniform とランダムウォーク, ランダムウェイポイントの結果を比べると, それぞれに違いが見られないといえる. またシミュレーション結果の増加傾向は, $ns \log n$ のそれと似た結果となっていることがわかる. このことから, $ns \log n$ は, 収束時間の漸近的評価としての妥当性が確認できる.

図 5, 図 6, 図 7 は個体数をそれぞれ 50, 100, 150 としたときの収束時間の 50 回の試行平均を記したシミュレーション結果である.

Uniform と $ns \log n$ を比べると常に Uniform の結果が $ns \log n$ よりも小さくなっていることがわかる. また, Uniform とランダムウォーク, ランダムウェイポイントの結果を比較すると, それぞれに違いが見られないことがわかる. しかし, シミュレーション結果の増加傾向は, $ns \log n$ と似た結果とは言いがたく, 設定したパラメータの範囲においては一定の値となっていることが

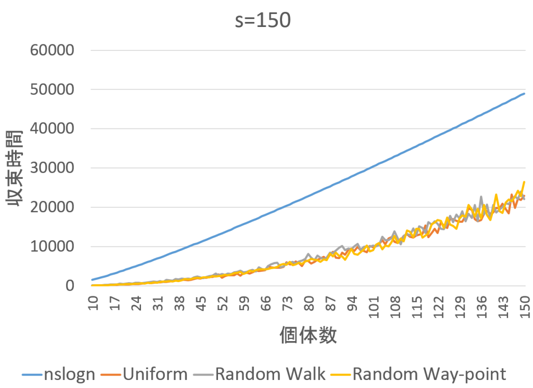

図 4

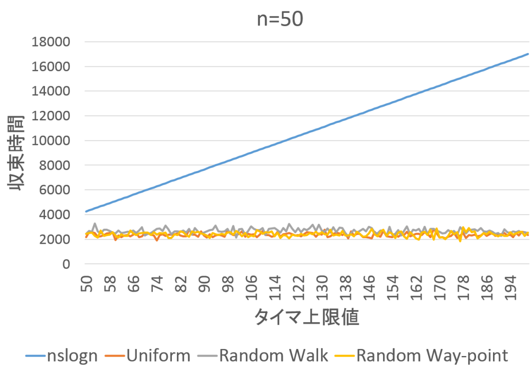

図 5

わかる. なお, グラフの横軸はタイマ上限値 s $(n \leq s \leq 200)$ である.

図 8, 図 9 は個体数をそれぞれ 50, 80 としたときの維持時間のシミュレーション結果である. 横軸はタイマの上限値を示しており, 縦軸は維持時間の底を 10 とした**対数**を示す. 維持時間のシミュレーション結果は, 値が非常に大きくなり, 今回は個体数の変域は比較的狭いものとなっている. データは少ないが, 対数グラフから, Uniform, ランダムウェイポイント, ランダムウォークはタイマの上限が大きくなるにつれて, 全てほぼ指数的に増加していることがわかる. また, それぞれを比較すると, Uniform の継続時間が一番大きく, 次いでランダムウェイポイ

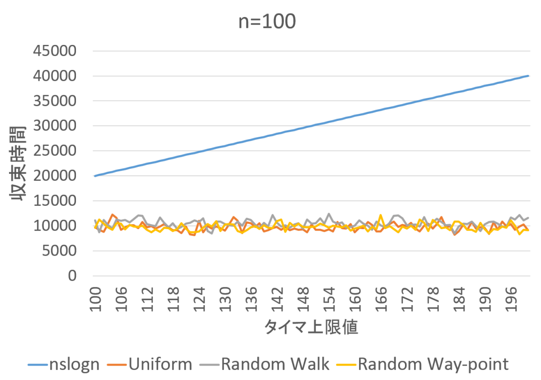

図 6

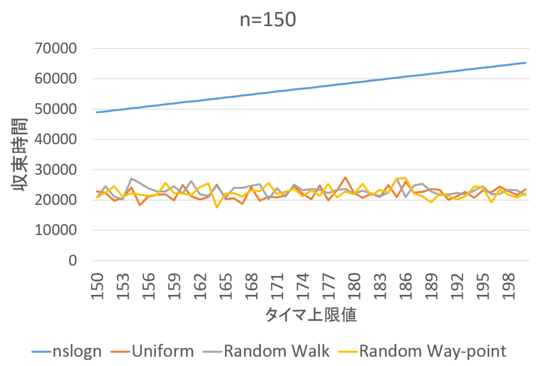

図 7

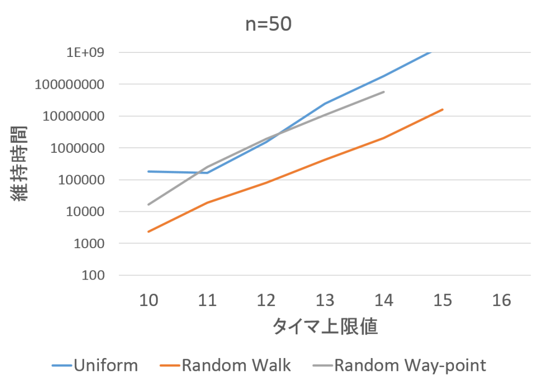

図 8

ント，ランダムウォークの順であった．その原因として，ランダムウォーク，ランダムウェイポイント，Uniform の順にリーダと長期間交流しない確率が高いということが考えられる．具体的には，ランダムウォークは初期位置の周辺を動き回ることが多いため，リーダから比較的遠い場所に注目すると，非リーダどうしの交流確率が高くなり，Uniform，ランダムウェイポイントと比べると新たなリーダが誕生しやすくなっていることが考えられる．ランダムウェイポイントも一様ランダムと比較すると，同様の理由で Uniform よりも新たなリーダが誕生しやすくなっていることが考えられる．

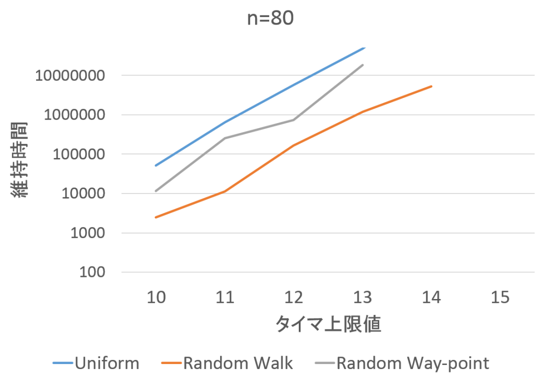

図 9

5 今後の研究

首藤らは完全グラフにおけるプロトコルの提案だけでなく，任意のグラフにおけるプロトコルも提案している [4]．今後は，このプロトコルの収束時間・維持時間を，本稿同様にシミュレーションを用いて実験的に評価する予定である．

参考文献

[1] D. Angluin, J Aspnes, Z Diamadi, M.J. Fischer, and R. Peralta. Computation in networks of passively mobile finite-state sensors. Distributed Computing, 18(4):235-253, 2006.

[2] Y. Sudo, J. Nakamura, Y. Yamauchi, F. Ooshita, H. Kakugawa, T. Masuzawa. Loosely-stabilizing leader election in a population protocol model. Theoretical Computer Science 444, 100-112, 2012.

[3] E.W. Dijkstra. Self-stabilizing systems in spite of distributed control. Communications of the ACM, 17(11):643644, 1974.

[4] Y. Sudo, F. Ooshita, H. Kakugawa, and T. Masuzawa. Loosely-Stabilizing Leader Election on Arbitrary Graphs in Population Protocols. OPODIS 2014, LNCS 8878, 339-354, 2014.